**21. ОПЕРАТОР МОМЕНТА ИМПУЛЬСА.**

В классической механике проекции вектора момента импульса на оси декартовой прямоугольной имеют вид

Соответствующие операторы квантовой механики получаются заменой

Таким образом операторы проекций момента импульса имеют вид

Эти операторы не коммутируют друг с другом:

Поэтому они не могут иметь общих собственных функций. Две проекции момента импульса на различные оси не могут одновременно иметь определенные значения. Однако, непосредственной проверкой можно убедиться, что коммутируют оператор квадрата момента импульса

и оператор проекции момента импульса на произвольную ось, например :

Следовательно операторы и имеют общие собственные функции

Находясь в этих состояниях, частица будет иметь определенные значения квадрата момента импульса - и проекции момента импульса на ось - . Задача на отыскание собственных функций и собственных значений сводится к решению системы двух дифференциальных уравнений и исследованию полученных решений на выполнение стандартных условий.

Перейдя в сферическую систему координат, получаем систему уравнений

Воспользуемся методом разделения переменных и представим пси-функцию, заданную в сферической системе координат, в виде . Подстановка этого выражения во второе уравнение системы дает уравнение

решение которого имеет вид

Условие однозначности пси-функции

Приводит к условию

Итак, одно из стандартных условий (условие однозначности пси-функции) накладывает ограничения на собственные значения оператора :

Собственные значения и собственные функции оператора определяются первым уравнением системы. Решения этого уравнения, удовлетворяющие стандартным условиям, существуют лишь при собственных значениях

Оператор квадрата момента импульса имеет дискретный спектр. При измерении момента импульса можно получить только значения .

Решение уравнения для собственных функций оператора квадрата момента импульса при определенном значении имеет вид

Нормировочный множитель

– присоединенная функция Лежандра.

Азимутальное квантовое число – неотрицательное целое число При заданном , магнитное квантовое число может принимать значения:

Пси-функция с заданными значениями квадрата момента импульса и проекции момента импульса имеет вид

Вид радиальной функции определяется при решении уравнения Шредингера с конкретным выражением для потенциальной энергии.